

Introducción a las redes de Petri

Lic. Eduardo Miranda

Introducción

El hombre en su evolución tecnológica, va creando sistemas cada vez más complejos, plantas químicas, oficinas electrónicas, centrales nucleares, aeronaves, etc. Para controlarlos ha debido recurrir al uso de computadores.

El software que anima estos computadores es desarrollado como un conjunto de tareas o subsistemas, en forma cada vez más frecuente estos subsistemas se ven compelidos a su ejecución concurrente. Esto es así pues el paralelismo surge como solución natural a los siguientes problemas:

- Búsqueda del aumento de la potencia de cálculo mediante la cooperación entre máquinas independientes.
- Optimización de los recursos que pueden ser compartidos.
- Aumento de la confiabilidad mediante la construcción de sistemas redundantes.
- Procesamiento distribuido.

La complejidad inherente de los sistemas mencionados, se ve aumentada por la necesidad de admitir reconfiguraciones y modos de operación degradados.

Las normas de seguridad que tales sistemas deben satisfacer, hacen necesario el empleo de metodologías rigurosas en su desarrollo. En este sentido las redes introducidos por C. A. Petri en los años 1960-1962 aparecen como un buen compromiso para la concepción y realización de sistemas paralelos a evolución discreta.

Si bien las técnicas de descripción de estado en que se basan las redes de Petri no son nuevas, su aporte consiste en que los nodos de la red no representan estados como en el caso de las máquinas de estados finitos, sino que corresponden a "lugares", los que contendrán "fichas" o "cospeles", siendo la distribución de cospeles entre lugares de la red lo que indica el estado del sistema. Es la aplicación de este principio lo que previene la explosión combinatoria del número de estados de un sistema en función del número de estados de sus subsistemas componentes.

Definición de las redes de Petri

Una red de Petri (RP) está compuesta por dos elementos: un grafo bipartito dirigido y una marcación.

El grafo

Los nodos que comprende el grafo son de dos tipos: *lugares* y *transiciones*. Los *lugares* son dibujados como círculos y se usan para representar *condiciones*. las

transiciones son dibujadas como barras y representan *eventos*.

A cada arco se le asocia un peso estrictamente positivo. Por defecto, tal peso vale uno.

La estructura de la red puede ser representada por dos matrices (ver Fig. 1). Las filas de estas matrices corresponden a las *transiciones* y las columnas a los *lugares*. Los elementos de la matriz *I* dan el peso de los arcos que entran a las transiciones y los de 0 el peso de los arcos salientes. La ausencia de un arco se denota con cero.

Marcación

La marcación (*M*) de una RP es una función del conjunto de lugares *P* al conjunto de enteros no negativos, $M: P \rightarrow N^+$, que asigna cospeles a los lugares de la red.

Los cospeles son dibujados como pequeños puntos dentro de los lugares y se utilizan para mostrar la evolución de la red. Su número y posición cambia durante la ejecución. La marcación inicial se denomina M_0 , para el ejemplo de la Fig. 1, $M_0 = [1 0 0 0 0]$. Reglas de evolución

Una transición está sensibilizada por una marcación dada cuando cada uno de los lugares de entrada a dicha transición contiene un número de cospeles mayor o igual que el peso del arco que vincula el lugar con

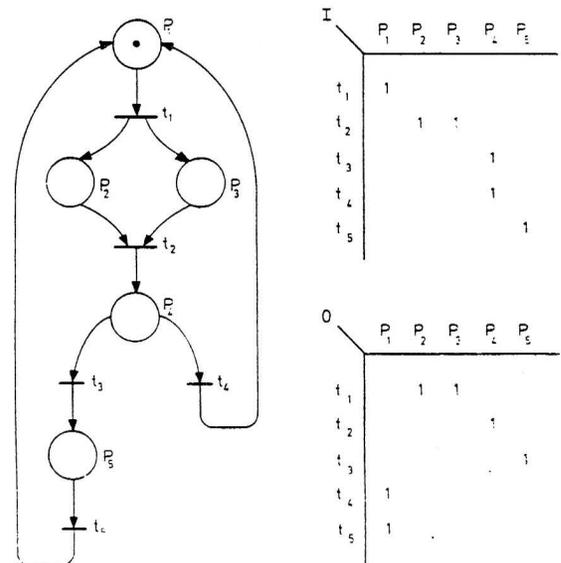


Fig. 1 -- Red de Petri y matrices asociadas

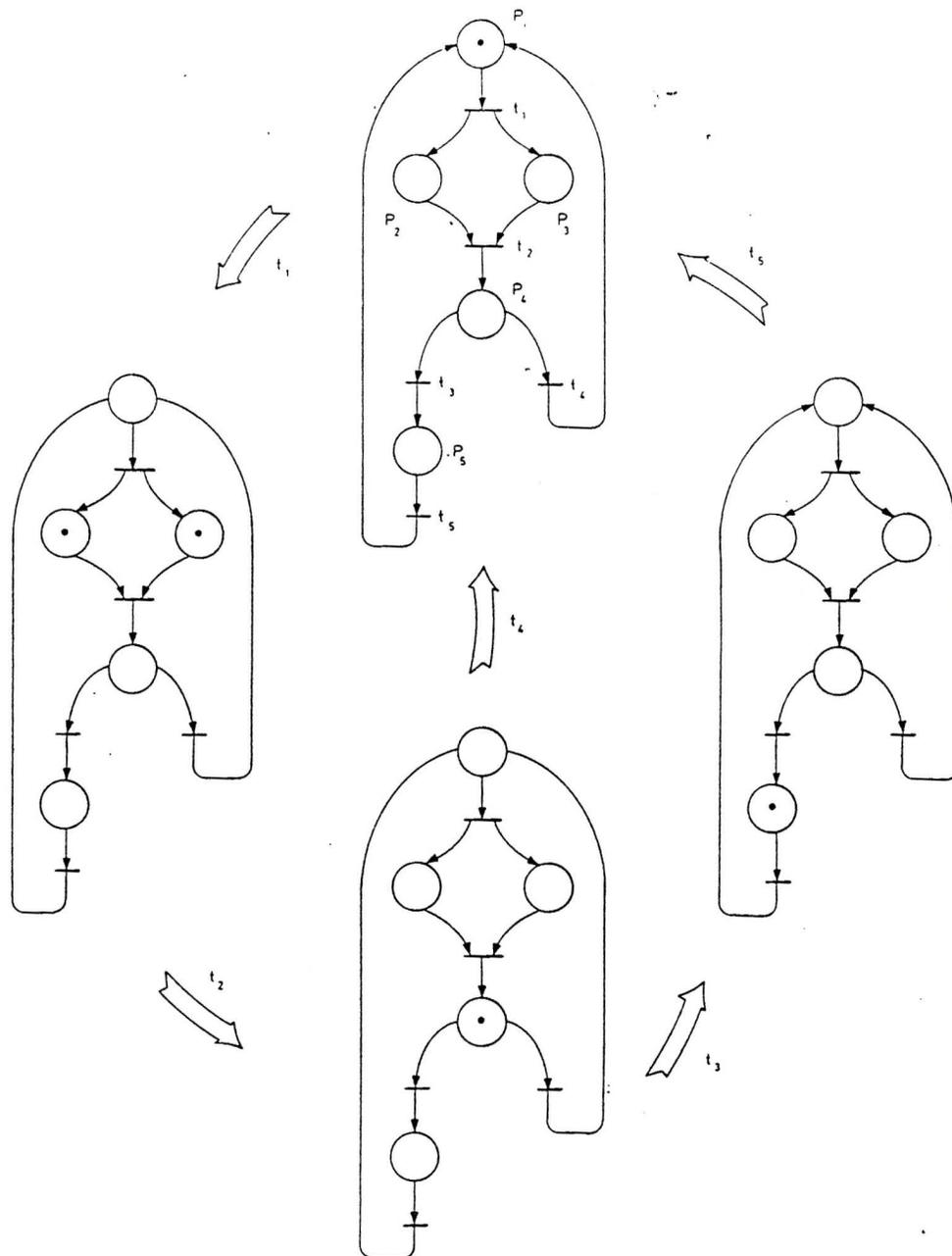


Fig. 2—Evolución de la red de la Fig. 1.

la transición. La marcación de la Fig. 1 sensibiliza únicamente a t_1 .

Una transición sensibilizada puede ser “disparada” y es este disparo el que modifica la marcación. Un disparo está compuesto por dos operaciones, supuestas cada una de ellas instantánea e indivisible:

- A cada lugar de entrada a la transición le es quitado un número de cospeles igual al peso del arco que lo une a dicha transición.
- A cada lugar de salida de la transición, le es agregado un número de cospeles igual al peso del arco que los vincula.

Si dos o más transiciones tienen un lugar de entrada en común y el disparo de una de ellas insensibiliza a la otra, se dice que dichas transiciones están en conflicto. En el caso de la red de la Fig. 1, t_2 y t_3 están en conflicto.

La Fig. 2 ilustra la evolución de una red. La ecuación

fundamental de la evolución es:

$$M_{i+1} = M_i + O(t_i) - I(t_i)$$

El grafo de las marcaciones accesibles, es un grafo que tiene por nodos las distintas marcaciones que se van produciendo como consecuencia del disparo de las transiciones. El grafo de la Fig. 3 corresponde a la red que venimos utilizando como ejemplo.

Cuando el grafo de las marcaciones accesibles es finito, éste corresponde a una máquina de estados finitos cuyo comportamiento es equivalente al de la RP dada.

Algunos ejemplos

La Fig. 4 muestra un sistema compuesto por un proceso productor y otro consumidor; dichos procesos operan en forma asincrónica comunicándose mediante un buffer con capacidad para tres mensajes.

La red de la Fig. 5 corresponde al problema de la

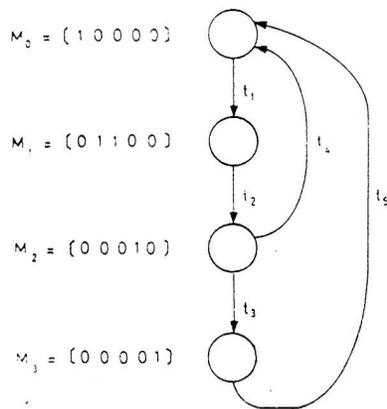


Fig. 3 — Grafo de marcaciones accesibles.

sincronización entre procesos lectores y escritores. Esta situación se presenta en sistemas en el que un cierto número de tareas pueden realizar lecturas y/o escrituras sobre un área de memoria compartida en forma simultánea. A fin de asegurar la consistencia de la información la ejecución de una escritura es excluyente, en tanto que se admitirá la ejecución concurrente de dos o más lecturas.

La Fig. 6 ilustra sobre la modelización de un procesador con solapamiento de las operaciones de "buscar" y "ejecutar".

Verificación de las redes de Petri

Una RP que representa un mecanismo real debe poseer un cierto número de atributos: "vivacidad", "ser acotada", etc. La no posesión de alguna de las propiedades que se definen a continuación, denota la existencia de condiciones que deben ser analizadas especialmente en busca de errores de concepción. Las buenas propiedades

Redes acotadas

Una red está acotada cuando para toda marcación accesible M y para todo lugar p , $M(p) \leq k$. En otras palabras, la cantidad de cospeles almacenados en un lugar cualquiera de la red nunca superara los k . Si $k = 1$ se dice que la red es segura.

En un sistema real la inexistencia de una cota superior puede interpretarse como la pérdida de datos por sobreescritura, un índice fuera de rango u otro problema similar. La Fig. 7 muestra una red no acotada.

Redes reiniciables o limpias

Se dice que una red es reiniciable si para toda marcación accesible M existe una secuencia de disparos t , que a partir de M lleva la red al estado M_0 .

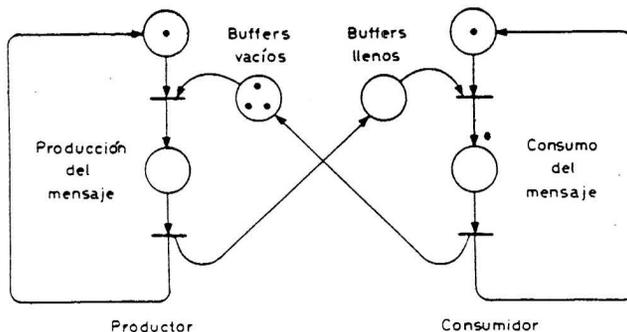
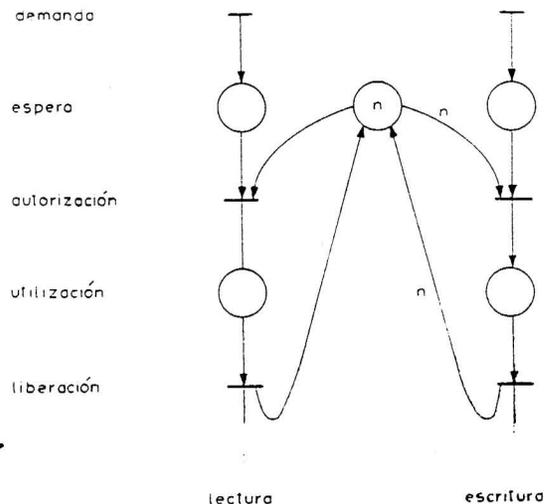


Fig. 4 — Modelización de un sistema productor-consumidor.



n es el número de procesos autorizados a realizar una lectura en forma concurrente

Fig. 5 — Sincronización entre lectores y escritores.

La Fig. 8 presenta una red no reinicializable, ya que si t_1 es disparada jamás se volverá a lograr la marcación original.

Esta propiedad expresa la capacidad de un sistema para restaurar su estado inicial después de haber ejecutado una o más tareas. Su importancia se desprende del hecho que la mayoría de los sistemas de control tienen un funcionamiento repetitivo.

Redes vivas

Se dice que una red está viva si para toda marcación accesible M y para toda transición t , existe una secuencia de disparos a partir de M que incluye a la transición t .

El no cumplimiento de esta propiedad implica la indisponibilidad de una o más funciones del sistema. La red de la Fig. 8 no está viva.

Métodos de análisis

Enumeración

El método de enumeración se basa en la construcción de un árbol de marcaciones accesibles. La raíz de dicho árbol corresponde a la marcación inicial. Cada vez que se crea una marcación M_i igual a otra M_j perteneciente a la misma rama, se engendra un nodo terminal. Si la marcación M_j es estrictamente superior a M_i , la red no está acotada y el algoritmo finaliza. Si el desarrollo de todas las ramas acaba en nodos terminales, el algoritmo termina, concluyéndose que la red está acotada.

El procedimiento expuesto siempre finaliza al cabo de un número finito de pasos, su justificación se encuentra en que es imposible engendrar una secuencia infinita de vectores de enteros positivos o nulos que sean no comparables o estrictamente decrecientes. La Fig. 9 muestra los árboles correspondientes a las redes de las Figs. 1 y 7.

Las otras dos propiedades: reiniciabilidad y vivacidad, pueden comprobarse sobre el grafo de marcaciones accesibles el cual en el caso de las redes acotadas se deriva directamente del árbol de marcaciones.

La condición necesaria y suficiente para que una red acotada sea reinicializable es que su grafo de marcaciones accesibles sea fuertemente conexo.

Una RP acotada está viva si y sólo si todas las tran-

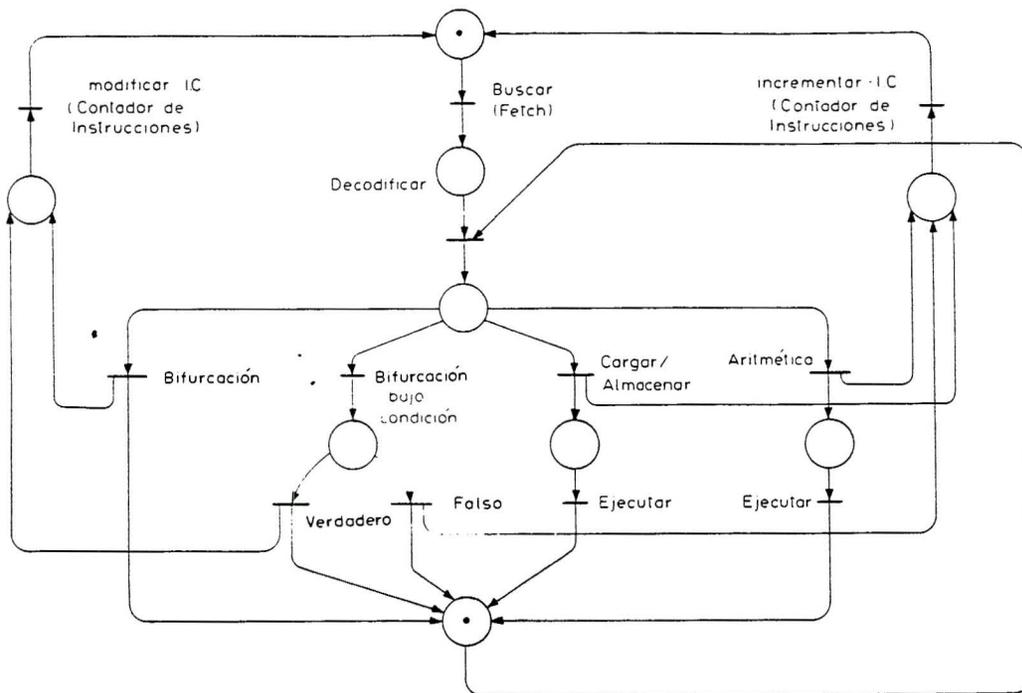


Fig. 6 — Modelización de una CPU

siciones aparecen al menos una vez en cada una de las componentes fuertemente conexas del grafo de marcaciones.

Análisis por reducción

La idea subyacente en este método es la de reducir el tamaño de una red sin alterar sus propiedades y luego demostrar que éstas se verifican para la red pequeña.

Las reglas de reducción más generales son cuatro:

- Sustitución de un lugar; cuando un lugar sólo sirve de posta entre dos transiciones, éste puede ser eliminado, ya que una vez disparada la primera transición la segunda lo será inexorablemente. Si el lugar está marcado inicialmente se debe tener la precaución de propagar adecuadamente dicha marcación. La Fig. 10 ilustra esta técnica.
- Simplificación de un lugar implícito; un lugar implícito es aquel que uno puede eliminar sin modificar las secuencias de tiro posibles. En el ejemplo de la Fig. 11 el lugar p_2 puede ser suprimido, ya que su presencia no agrega al disparo de t_2 ninguna restricción a la ya impuesta por p_1 .
- Simplificación de una transición neutra; se trata en este caso de suprimir una transición la cual

no modifica la marcación a partir de la cual es disparada. Puesto que nada garantiza que una marcación accesible desde la cual esta transición pueda ser disparada sea obtenible, si queremos mantener la equivalencia entre red original y reducida en lo que respecta a la vivacidad, debemos asegurarnos que exista una transición relacionada que sea disparable. La Fig. 12 muestra un ejemplo.

- Supresión de transiciones idénticas; tal como lo ilustra la Fig. 13 es indiferente en lo que hace

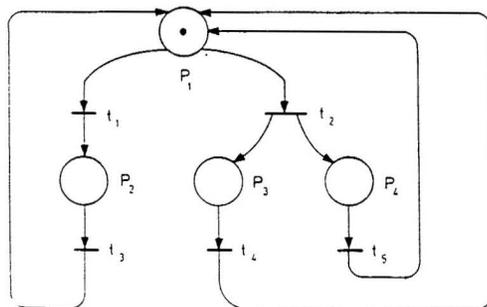


Fig. 7 — Red no cortada.

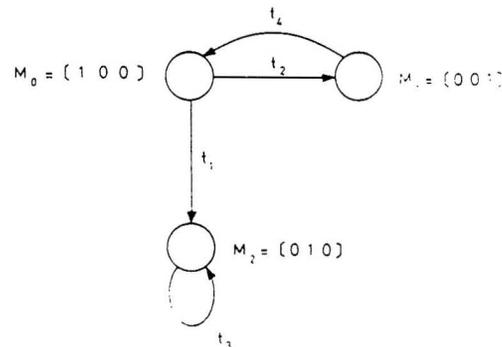
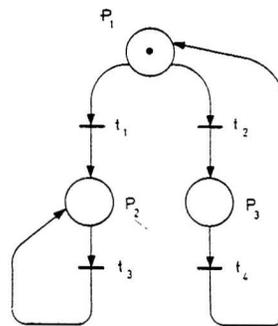


Fig. 8 — Red no reinicializable y su grafo de marcaciones accesibles

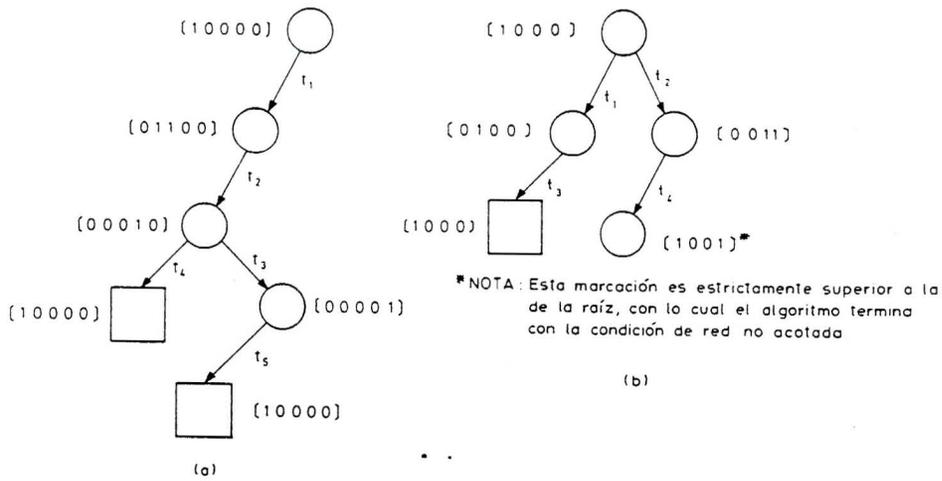


Fig. 9 — Arboles de marcaciones accesibles. a) Red acotada; b) Red no acotada.

a la marcación, disparar t_1 o t_2 . Es posible entonces, fundirlas en una sola.

La gran desventaja del método de análisis por reducción es que se pierde rápidamente el significado de lugares y transiciones, con lo cual si surgen problemas es difícil remontar la fuente del error.

El ejemplo desarrollado en las Figs. 14 y 15, está tomado de Brams [7] e ilustra la aplicación del método de reducción. La red del ejemplo corresponde a un sistema compuesto por dos procesos productores, mutuamente excluyentes y un proceso consumidor con el cual se comunican mediante un buffer con capacidad para tres mensajes. La sincronización se realiza mediante los semáforos MUTEX, PL y PO.

Análisis estructural

El análisis de las RP con ayuda del álgebra lineal ha hecho posible el estudio de una red en forma independiente de su marcación inicial, la cual puede ser introducida a posteriori como una precisión adicional.

Consideremos la ecuación

$$[O - I] \cdot X = 0 \quad (1)$$

donde O e I son las matrices definidas en el grafo y X es un vector cuya dimensión es igual al número de lugares de la red. Sea $q = X$ una solución de (1), la expresión

$$\sum q_i \cdot M(p_i) = cte \quad (2)$$

es llamada invariante lineal de lugares, ya que su valor no se ve afectado por el disparo de las transiciones de la red. Habíamos visto que:

$$M_{i+1} = M_i + O(t_i) - I(t_i)$$

por lo tanto para dos marcaciones cualquiera M_1 y M_2

$$\sum q_i \cdot M_2(p_i) = \sum q_i \cdot M_1(p_i) + \sum q_i [O(t_i, p_i) - I(t_i, p_i)]$$

por definición (1) resulta

$$\sum q_i \cdot [O(t_i, p_i) - I(t_i, p_i)] = 0$$

y en consecuencia

$$\sum q_i \cdot M_2(p_i) = \sum q_i \cdot M_1(p_i)$$

Si se reemplaza la ecuación

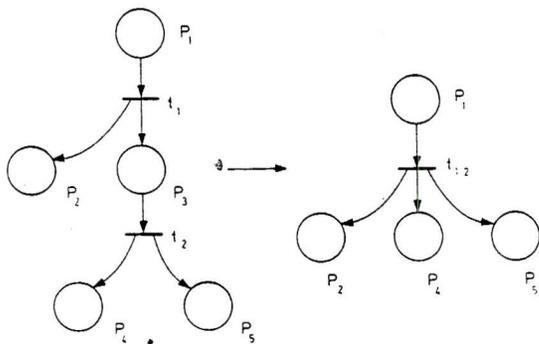


Fig. 10 — Sustitución de un lugar

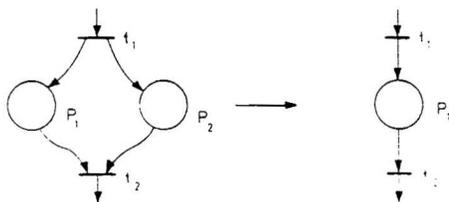


Fig. 11 — Simplificación de lugar implícito

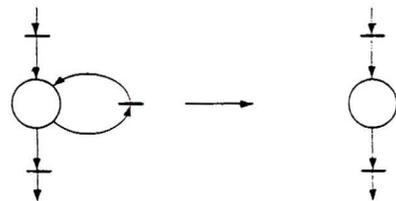


Fig. 12 — Supresión de una transición neutra.

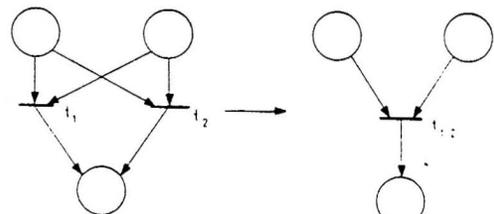


Fig. 13 — Supresión de transiciones idénticas

$$[O - I] \cdot X = 0 \quad \text{por} \quad [O - I]^T \cdot X = 0,$$

se obtiene un invariante lineal de transiciones.

Se demuestra que un lugar en el cual se pueden acomodar un número infinito de cospeles posee coeficientes nulos para todos los invariantes a coeficientes nulos o positivos, análogamente una transición con coeficientes nulos en su invariante lineal, no pertenece a ninguna secuencia de disparos cíclica (la marcación final es idéntica a la inicial).

Mediante el estudio de los coeficientes se puede la mayoría de las veces, localizar sin necesidad de recurrir a la enumeración de marcaciones las transiciones y lugares responsables de mal funcionamiento [4].

Por ser el método independiente de las marcaciones accesibles, las propiedades deben verificarse para todas las marcaciones posibles, sino nada puede concluirse. Aplicaremos el método a la red de la Fig. 16.

Aplicaciones de las redes de Petri

Las RP han sido aplicadas con resultados satisfactorios en variados dominios, presentaremos aquí algunos de ellos.

Diseño de la parte de control de un sistema

Es conveniente en la construcción de un sistema (programa, automatismo) separar la parte de control (ej.: determinar cuáles transformaciones deben realizarse) de la parte operativa (ej.: las transformaciones propiamente dichas). La Fig. 17 muestra tal descomposición.

Para describir y/o realizar la parte de control se asocia a cada transición una etiqueta de la forma $\langle p_i$.

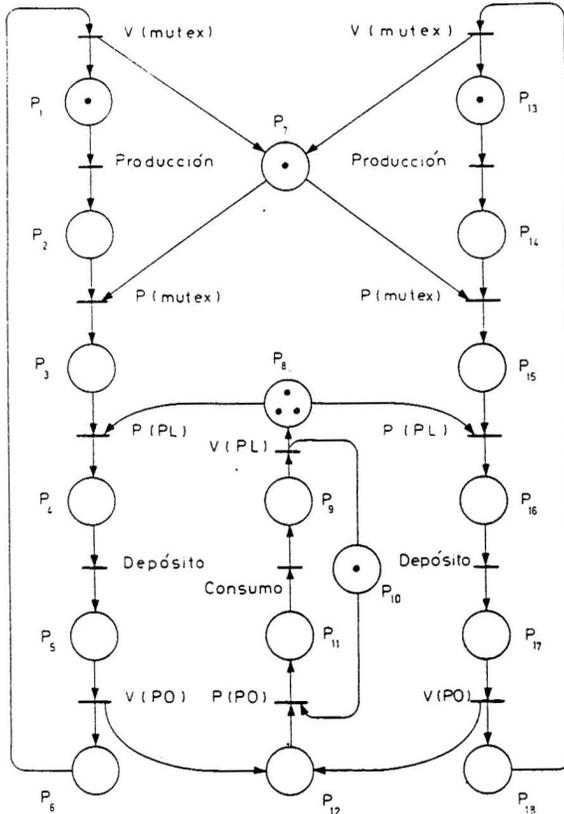
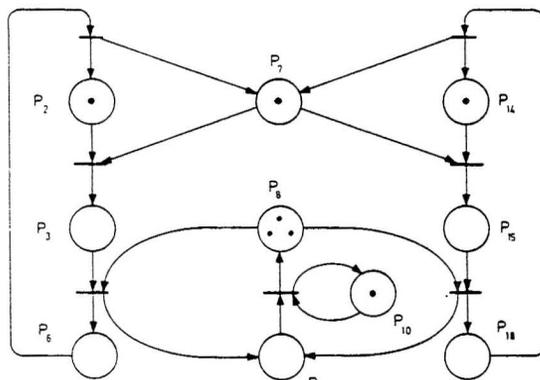
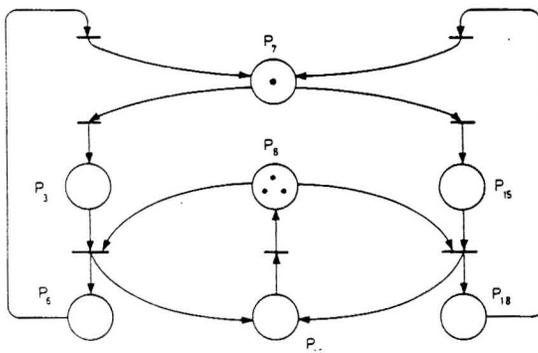


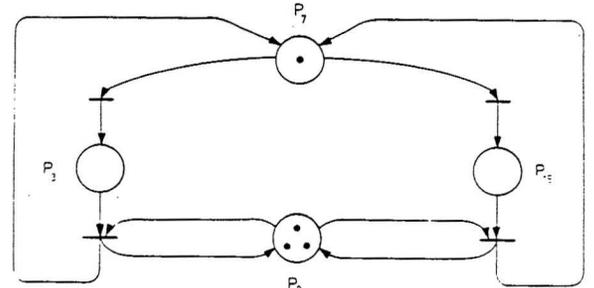
Fig. 14 — Sistema productor-consumidor.



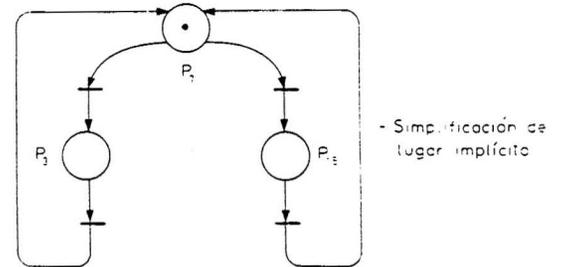
(a) - Sustitución de lugar



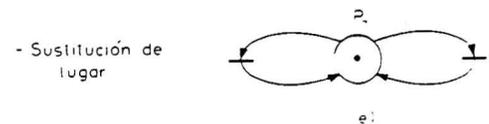
(b) - Simplificación de lugar implícito



(c) - Sustitución de lugar

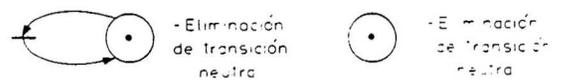


(d)



- Sustitución de lugar

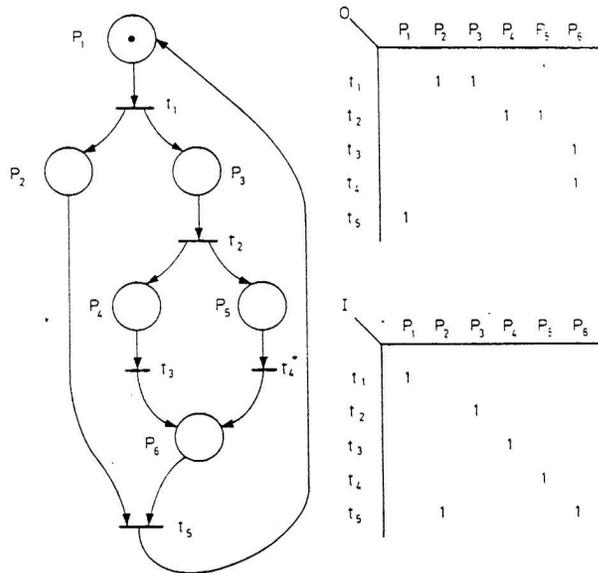
(e)



(f)

(g)

Fig. 15 — Análisis por reducción



0	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
t ₁		1	1			
t ₂				1	1	
t ₃						1
t ₄					1	
t ₅	1					

I	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
t ₁	1					
t ₂			1			
t ₃				1		
t ₄					1	
t ₅	1					1

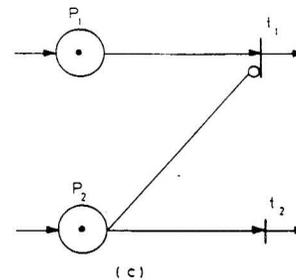
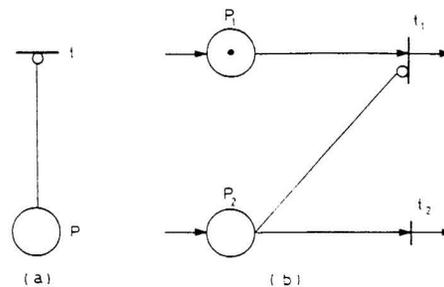


Fig. 18 — Red a arcos inhibidores. a) Representación gráfica. b) t_1 está sensibilizada. c) t_1 no puede ser disparada como consecuencia de la presencia de un cospel en p_2 .

[O-I]	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
t ₁	-1	1	1			
t ₂			-1	1	1	
t ₃				-1		1
t ₄					-1	1
t ₅	1	-1				-1

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ -x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ -x_4 + x_6 = 0 \\ -x_5 + x_6 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_4 = x_5 = x_6 \\ x_3 = 2x_4 \\ x_4 = \frac{x_1 - x_2}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2$$

∴ $x_4 = x_5 = x_6 = 0 \Rightarrow$ que los lugares P_4, P_5 y P_6 no están acotados

Fig. 16 — Análisis estructural.

$o_i > \cdot p_i$ es un predicado que vincula la red a su ambiente (ej.: una llave, una interrupción, etc.) y o_i es una función perteneciente a la parte operativa.

Para que la transición t_i pueda ser disparada, hace falta que además de estar sensibilizada, el predicado p_i sea verdadero. Cuando t_i es disparada la función o_i es ejecutada. Eventualmente pueden asignarse tareas a los

lugares de la red, en estos casos mientras haya un cospel en el lugar asociado a dicha tarea, ésta permanecerá activada.

En el ejemplo que ilustra la aplicabilidad de las RP a la construcción de la parte de control de un sistema se utilizará una extensión de ellas, conocida con el nombre de redes a arcos inhibidores.

Un arco inhibidor condiciona el disparo de una transición a la ausencia de cospeles en el lugar al que dicho arco la vincula. La Fig. 18 muestra la utilización de estos arcos.

- (a) Representación gráfica.
- (b) t_1 está sensibilizada.
- (c) t_1 no puede ser disparada como consecuencia de la presencia de un cospel en p_2 .

En la Fig. 19 se muestra una cadena de producción hipotética compuesta por dos tapices rodantes, un horno y una máquina envasadora.

Los productos ingresan a la cadena a través del tapiz A, son horneados y luego envasados. El tapiz B además de transportar los productos del horno a la envasadora sirve como almacenamiento transitorio, con una capacidad de cien productos, en caso de la detención de esta última. Una serie de sensores permite detectar el estado operativo de la cadena. Se utiliza un mismo temporizador (timer) para controlar el tiempo de horneado y el tiempo necesario para vaciar la mitad del tapiz B cuando se han acumulado allí cien productos.

La red correspondiente a la parte de control es mostrada en la Fig. 20. Es importante señalar que existen métodos de realización directa, que permiten bajo cier-

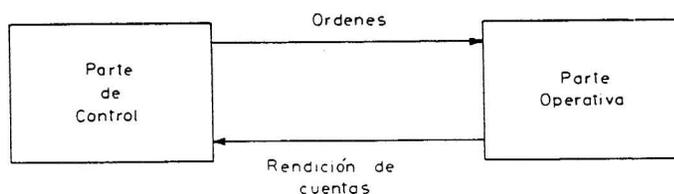


Fig. 17 — Parte operativa y parte de control de un sistema

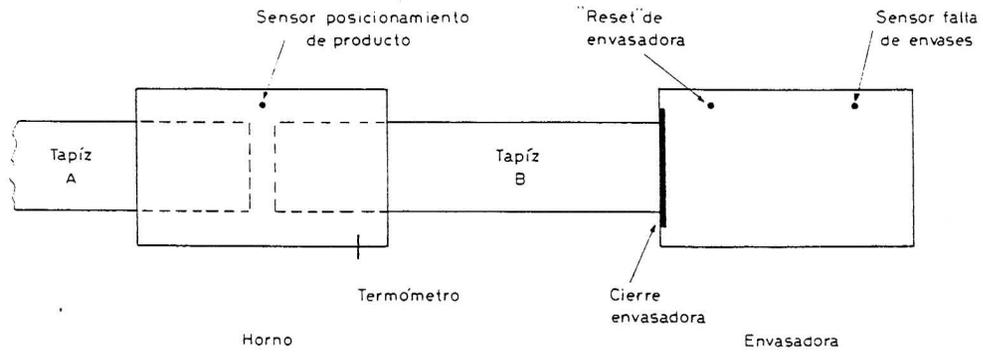


Fig. 19 — Cadena de producción.

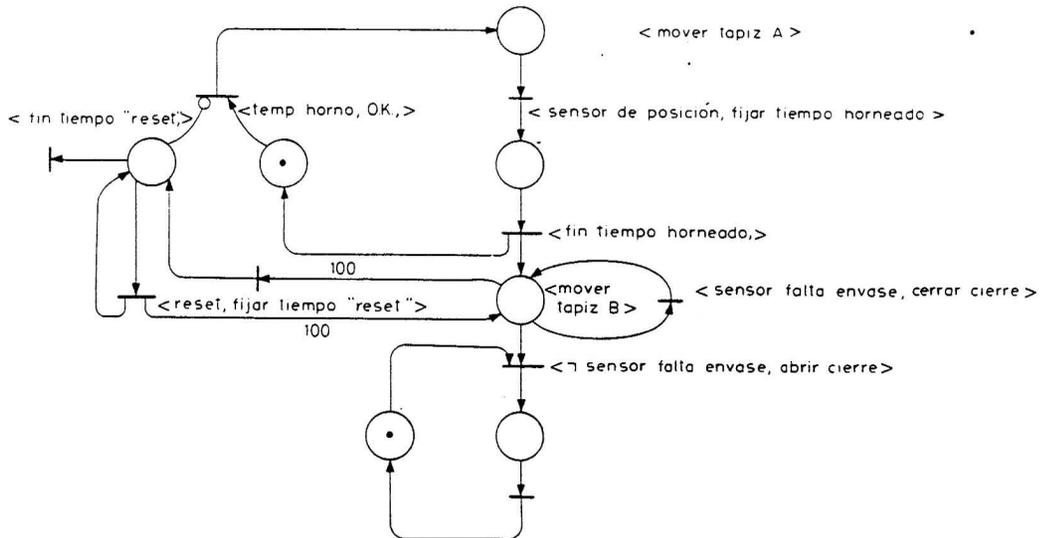


Fig. 20 — Red de comando correspondiente a la cadena de producción de la Fig. 19.

```
do while q
  Si
endo
```

```
cobegin ;
  S1 cobegin
  S11 begin...end.
  S12 begin...end.
  coend,
  S2 begin...end;
  S3 begin...end.
coend
```

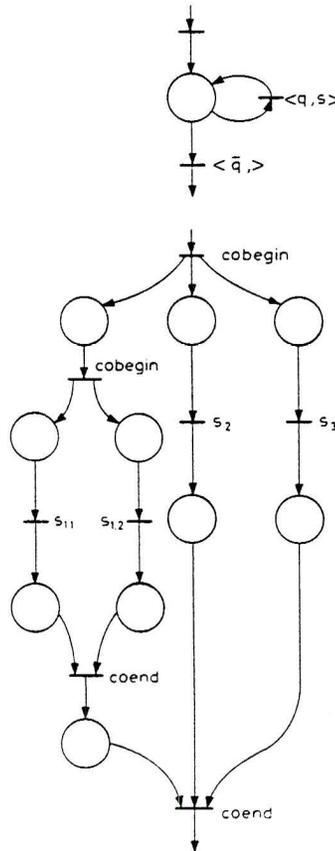


Fig. 21 — Modelización de programas

tas circunstancias de la especificación a su implementación ya sea en "hardware" o en "software" [1] [2].

Representación de programas

Las construcciones usuales en los lenguajes de programación, tanto secuenciales como aquellas que expresan concurrencia, son modeladas elegantemente mediante las RP (Fig. 21).

Redes temporizadas

Las redes temporizadas permiten el análisis de un sistema teniendo en cuenta la duración de las tareas a realizar.

En este tipo de redes se asocia un tiempo T_i ya sea a las transiciones o a los lugares. Un cospel se vuelve "disponible" luego de transcurrido el tiempo T_i desde que una transición fue disparada o bien el cospel entró en el lugar p_i según sea el caso. Mientras un cospel está "indisponible" no sensibiliza transiciones. Estas técnicas han sido utilizadas tanto para el análisis de performance [3] como para fijar los requerimientos temporales de sistemas en tiempo real [4].

Conclusiones

La atención recibida por las redes de Petri por parte de universidades y centros de investigación, la señalan como una herramienta promisoría para la concepción de sistemas.

Una crítica al método puede ser el bajo nivel de sus primitivas y la incapacidad de éstas para expresar de

(Continúa en la pág. 215)

El otro requerimiento es que la inductancia mínima en el lado de baja impedancia del transformador sea:

$$L = (4 * R) / \omega$$

donde R es la resistencia colector-colector o base-base. De estas consideraciones resulta que T1. fue determinado de la siguiente manera. la Fig. 3 da el circuito de T1.

El primario (A. A') consta de una vuelta de malla eléctrica y el secundario (B. B') una vuelta de cable multifilar en un balún Indiana General F684-1-Q1. La Tabla I muestra el comportamiento de la impedancia en función de la frecuencia para T1.

Para la construcción de T3 debe considerarse que en un amplificador clase B, la resistencia colector-colector está dada por:

$$R_{cc} = [2 * (V_{cc} - V_s)^2] / P_s$$

en nuestro diseño.

$$V_{cc} = 18 V, V_s = 1 V, P_s = 100 W.$$

sustituyendo se obtiene que

$$R_{cc} \sim 3 \Omega$$

Las relaciones de vueltas se obtienen cuando a la frecuencia central de trabajo 35 MHz, una resistencia de aproximadamente 3 Ω en el primario refleja 50 Ω en el secundario. La Fig. 5 muestra un corte esquemático de T3.

Este consta de un primario de 1 vuelta y un secundario de 3 vueltas de cable de 1 mm, ambos bobinados están armados en un sandwich de toroides de mate-

riales de bajo y alto μ (materiales Q1 y Q2, respectivamente). La siguiente Tabla II nos muestra la relación de la impedancia de salida en función de la frecuencia.

Debido a que el primario de T3 consta de una sola vuelta T2, provee un centro virtual para la RF y una cancelación de armónicas pares, además de proveer la alimentación de continua.

El bobinado de realimentación, que consta de una sola vuelta, provoca una disminución de la ganancia en baja frecuencia contribuyendo a la linealidad del amplificador.

Las características del sistema completo (llave, pre-amplificador y amplificador de potencia) permiten amplificar pulsos de radiofrecuencia en el rango de 28 a 45 MHz con una ganancia promedio de 41 dB, el tiempo de corte es menor que 0,5 μ seg.

Este amplificador es apto para ser usado como generador de pulsos de potencia de RF, en el espectrómetro de Resonancia Magnética Nuclear Pulsada. ■

Introducción a las redes de Petri

(de la pag. 2009)

manera sencilla ciertas operaciones. En ese sentido cabe acotar que se han propuesto abreviaciones y extensiones tales como las redes coloreadas y las redes a arcos inhibidores, pero tales ampliaciones han sido hechas a expensas de su poder analítico.

Es el deseo del autor, que esta introducción haya despertado el interés del lector en esta técnica. Para un estudio más profundo del tema se recomiendan las obras [2] y [4] de las cuales ha sido extraído parte del material aquí presentado. ■

Referencias

- [1] Wulf, Shaw, Hifinger y Flon: Fundamental Structures of Computer Science. Addison-Wesley.
- [2] Landau: Hardware Oriented State Description Techniques in Micro-Processor Applications Handbook. McGraw-Hill.
- [3] Aho y Ullman: The Theory of Parsing, Translation and Compiling. Prentice-Hall.
- [4] Valette et Courvoisier: Systèmes de Commande en Temps Réel SCM.
- [5] Brams: Réseaux de Petri; Théorie et Pratique. Masson.
- [6] Agerwala: Putting Petri Nets to Work. Computer, diciembre 1979.
- [7] Coolahan y Roussopoulos: Timing Requirements for Time-Driven Systems Using Augmented Petri Nets. Transactions on Software Engineering, setiembre 1983.
- [8] Ramchandani: Analysis of asynchronous concurrent systems by Petri nets. MIT-Proyect MAC TR 120.
- [9] Miranda: Un método para la construcción de Programas basado en técnicas de descripción de estados. Revista Telegráfica-Electrónica, junio 1986.

INTER EURO S.A.

Proveedores de la industria
informática y telefónica

Transformadores 50-60 Hz. y Switching.

- BAJO NORMAS NAC. E INTERNACIONALES.
- PARTES MECANICAS Y MATRICERIA PROPIA.
- IMPREGNACION AL VACIO.
- REGISTRO DE PARAMETROS.

Subconjuntos de uso telefónico

- FUENTES DE ALIMENTACION.
- CARGADORES DE BATERIAS. AUTORREGULADORES.
- TRANSFORMADORES DE ADAPTACION.
- FILTROS BAJA Y ALTA FRECUENCIA.
- CONJUNTOS ELECTRONICOS.

Posibilidad de encarar pequeñas y grandes producciones. Consúltenos

Calle N° 95 N° 2527 (ex Caseros 216)
SAN MARTIN C.P. 1650 - Tel. 755-3675

Marque 139 en tarjeta Consulta de Lectores.

BALARI Electrónica

Cristales Piezoeléctricos

25 años al servicio de las comunicaciones

Filtros - Micrófonos Dinámicos

- Cristales de 100, 500 y 1000 kc

Envíos al Interior - Rápida Entrega

Horario: 8.30 a 12 - 14 a 17 hs.

Tel. 58-6451

Gral. César Díaz 1661

(1416) Capital

Marque 140 en tarjeta Consulta de Lectores.